

Rovnice a nerovnice

1. Určete definiční obor a obor hodnot funkce $f(x) = 2x^2 - x - 3$.
2. Určete definiční obor a obor hodnot funkce $f(x) = x^2 - 4x + 5$.
3. Řešte v R nerovnici: $\frac{3x+2}{x-1} \leq 0$.
4. Řešte v R nerovnici: $\frac{3x+2}{x-1} \leq 2$.
5. Řešte v R nerovnici: $\frac{2x^2-x-3}{x^2-2x} \geq 0$.
6. Řešte v R nerovnici: $\frac{2x^2-4x-9}{4-x^2} < 1$.
7. Jsou dány body $[1; 2]$, $[0; 5]$, $[3; 2]$, kterými prochází graf kvadratické funkce. Určete funkční předpis této funkce.
8. Jsou dány body $[0; -1]$, $[2; 5]$, kterými prochází graf lineární lomené funkce, jejíž $H_f = R - \{2\}$. Určete funkční předpis této funkce.
9. Načtněte graf funkce $f(x) = x^2 + 2x - 8$.

Analytická geometrie v rovině

1. Jsou dány body $A[1; 2]$, $B[-3; 4]$, $C[-2; -1]$, $D[2; -3]$, $E[1; 0]$, $F[-1; 2]$, $G[0; -2]$, $H[-4; 0]$. Určete rovnice přímk AB , CD , EF , GH a jejich vzájemnou polohu. (Opravena souřadnice bodu B z $[3; 4]$ na $[-3; 4]$).
2. (a) Zjistěte, zda body ABC tvoří trojúhelník. V kladném případě zjistěte, zda je pravoúhlý, ostroúhlý či tupoúhlý (případně rovnostranný či rovnoramenný) a určete jeho obsah.
(b) Totéž pro body ABD .
(c) Totéž pro body ABF .
(d) Totéž pro body AFE .
(e) Totéž pro body CDE .
(f) Totéž pro body CDH .

Analytická geometrie v prostoru

1. Jsou dány body $A[1; 2; 3]$, $B[0; -1; 2]$, $C[2; 1; -1]$, $D[3; 4; 0]$, $E[1; 3; 2]$, $F[-1; 1; 0]$, $G[-3; -6; 4]$, $H[3; 0; -5]$. Určete rovnice přímk AB , CD , EF , GH a jejich vzájemnou polohu.
2. (a) Zjistěte, zda body ABC určují rovinu. V kladném případě zapište její rovnici (jednak parametrickou, jednak obecnou rovnici) a určete, zda je trojúhelník ABC pravoúhlý, ostroúhlý či tupoúhlý (případně rovnostranný či rovnoramenný) a určete jeho obsah.

- (b) Stejnou úlohu řešte pro body ABE .
 (c) Stejnou úlohu řešte pro body ABF .
 (d) Stejnou úlohu řešte pro body ACH .
 (e) Stejnou úlohu řešte pro body ACG .
 (f) Stejnou úlohu řešte pro body ABH .
3. (a) Určete vzdálenost bodu $K[12; -7; 2]$ od roviny procházející body ABC .
 (b) Určete vzdálenost bodu $L[-6; 9; 4]$ od roviny procházející body ABE .
 (c) Určete vzdálenost bodu $M[12; -5; 4]$ od roviny procházející body ABF .
4. (a) Určete vzdálenost bodu $P[0; -5; 4]$ od přímky p :

$$p: \begin{aligned} x &= 2 + t \\ y &= 1 + 3t \\ z &= 2 - t \end{aligned}$$

- (b) Určete vzdálenost bodu $Q[-2; 3; 4]$ od přímky q :

$$q: \begin{aligned} x &= 1 - 2t \\ y &= 2 + t \\ z &= -3 + 3t \end{aligned}$$

- (c) Určete vzdálenost bodu $R[-4; 6; -3]$ od přímky r :

$$r: \begin{aligned} x &= 1 - 2t \\ y &= -1 + t \\ z &= -2 + 2t \end{aligned}$$

5. Určete vzájemnou polohu přímky p a roviny α :

$$p: \begin{aligned} x &= 2 + t \\ y &= 1 + 3t \\ z &= 2 - t \end{aligned} \quad \alpha: \begin{aligned} x &= 11 + r - 2s \\ y &= 8 - 2r - s \\ z &= -1 + 2r + s \end{aligned}$$

6. Určete vzájemnou polohu přímky q a roviny β :

$$q: \begin{aligned} x &= 2 + t \\ y &= 1 - 2t \\ z &= -1 - t \end{aligned} \quad \beta: \begin{aligned} x &= 1 + 2r \\ y &= 3 - 2r + 2s \\ z &= -3r - s \end{aligned}$$

7. Určete vzájemnou polohu přímky r a roviny γ :

$$r: \begin{aligned} x &= 1 - t \\ y &= 2 + 2t \\ z &= -3 + 3t \end{aligned} \quad \gamma: \begin{aligned} x &= 1 + r \\ y &= 1 - 3r - s \\ z &= 1 + 4r + 7s \end{aligned}$$

8. Zapište rovnici průsečnice rovin, které mají normálové vektory $\vec{u} = (1, -2, 6)$ a $\vec{v} = (1, -1, 4)$ a obě procházejí počátkem soustavy souřadnic. Zjistěte odchylku těchto rovin.
9. Určete vzájemnou polohu rovin α , δ a ϑ . Roviny jsou dány následujícími rovnicemi: $\alpha: 2x - 2y + z + 1 = 0$, $\delta: x - 3y + 2z + 4 = 0$, $\vartheta: -x + 2y - z - 2 = 0$

10. Určete vzájemnou polohu rovin α , δ a ε . Roviny jsou dány následujícími rovnicemi: $\alpha : 2x - 2y + z + 1 = 0$, $\delta : x - 3y + 2z + 4 = 0$, $\varepsilon : x - 7y + 5z + 1 = 0$
11. Určete vzájemnou polohu rovin α , δ a κ . Roviny jsou dány následujícími rovnicemi: $\alpha : 2x - 2y + z + 1 = 0$, $\delta : x - 3y + 2z + 4 = 0$, $\kappa : x + y - z - 3 = 0$

Kuželosečky

1. Určete druh, parametry a průsečíky se souřadnými osami kuželosečky dané obecnou rovnicí: $x^2 + 2x + y^2 - 8y + 13 = 0$, kuželosečku načrtněte. Dále určete rovnice tečen ke kuželosečce vedené průsečíky se souřadnými osami.
2. Určete druh, parametry a průsečíky se souřadnými osami kuželosečky dané obecnou rovnicí: $4x^2 - 24x + 9y^2 + 36y + 36 = 0$, kuželosečku načrtněte. Dále určete rovnice tečen ke kuželosečce vedené průsečíky se souřadnými osami.
3. Určete druh, parametry a průsečíky se souřadnými osami kuželosečky dané obecnou rovnicí: $x^2 - 8x + y^2 + 4y + 20 = 0$, kuželosečku načrtněte.
4. Určete druh, parametry a průsečíky se souřadnými osami kuželosečky dané obecnou rovnicí: $-2x + y^2 - 6y + 5 = 0$, kuželosečku načrtněte.
5. Určete druh, parametry a průsečíky se souřadnými osami kuželosečky dané obecnou rovnicí: $4x^2 + 8x + y^2 + 2y + 1 = 0$, kuželosečku načrtněte. Určete průsečíky kuželosečky s osou I. a III. kvadrantu.
6. Určete druh, parametry a průsečíky se souřadnými osami kuželosečky dané obecnou rovnicí: $x^2 - 4x + y + 5 = 0$, kuželosečku načrtněte. Určete průsečíky kuželosečky s přímkou $p : y = -3x + 1$.