VYUŽITÍ POKROČILÉHO KONSTITUČNÍHO MODELU V PRAVDĚPODOBNOSTNÍ GEOTECHNICKÉ ANALÝZE

Mgr. Radek Suchomel Univerzita Karlova v Praze

RNDr. David Mašín, MPhil., PhD. Univerzita Karlova v Praze

Application of an advanced constitutitutive model in geotechnical probabilistic analysis Horizontally stratified deposit of a sandy soil is characterised using a probabilistic approach. The mechanical behaviour of the soil is described by an advanced hypoplastic model for sand. The model is calibrated using a set of experimental data on fourty specimens recovered from a quarry wall. It is shown that in order to describe the soil deposit properly using probabilistic approach, spatial variability of soil parameters needs to be considered. Experimental data allowed us to quantify the spatial correlation structure (measured by the correlation length θ), which is significantly higher in horizontal direction than in vertical direction. The results may be used as an input into numerical methods based on random field theories.

1. ÚVOD

Geomateriály se vyznačují výraznou prostorovou variabilitou, způsobenou procesy při jejich vzniku a při následujících diagenetických pochodech. Z toho důvodu je pravděpodobnostní přístup vhodným nástrojem jejich popisu. Použití pravděpodobnostních metod se v minulosti téměř výhradně soustředilo na jednoduché konstituční modely (jakým je například Mohr-Coulombův model). Aplikace pokročilých modelů je dosud omezena jen na používání stavových proměnných jako náhodných veličin a mechanické parametry jsou uvažovány jako konstatní (například Hicks a Onisiphorou, 2005). Používání pouze stavových proměnných jako náhodných veličin neumožňuje popsat rozdílnou granulometrii a mineralogii zrn v různých vrstvách.

Obsahem příspěvku je kalibrace pokročilého hypoplastického modelu pro hrubozrnné zeminy na základě obsáhlé sady experimentálních dat získaných z laboratorních zkoušek na vzorcích odebraných speciálně pro tuto práci. Odebrané vzorky pochází ze stěny pískovny Kolný situované na j.v. okraji Třeboňské pánve. Bylo odebráno celkem 40 vzorků, na kterých byly vypracovány laboratorní zkoušky tak aby bylo možné provést kalibraci konstitučního modelu. Výstupem je pravděpodobnostní rozdělení parametrů modelu (ne stavových proměnných). Dalším bodem je vyhodnocení prostorové korelace parametrů. Korelační dálky jsou stanoceny v horizontálním a vertikálním směru s ohledem na horizontální zvrstvení lokality. Korelační délka je maximální vzdálenost na kterou jsou parametry v prostoru vzájemně korelované (Vanmarcke 1983).

Výstupy výzkumu budou v další práci využity jako základní parametry pro analýzu typických geotechnických konstrukcí s využitím random finite element metody (viz např. Suchomel a Mašín, 2007).

2. TESTOVANÝ MATERIÁL

Velké množství potřebných zkoušek předurčilo výběr materiálu na hrubozrnou zeminu, u které je možné zkoušky realizovat v relativně krátkém čase. Lokalita se nachází na uzemí Třeboňské pánve v klikovském souvrství. Toto souvrství se vyznačuje fluvialní sedimentací a je charakteristické horizontálním zvrstvením a rytmickým střídáním štěrkopísků, písků a písků s tmavě šedými jílovitými vložkami.

Vzorky byly odebrány z 10 m vysoké stěny v menším lomu poblíž vesnice Kolný. Pro kvalitní statistický popis bylo odebráno 40 vzorků. Abychom byli schopní popsat horizontální změnu v mechanických vlastnostech zeminy, byly vzorky odebrány ve čtyřech horizontalních řadách nad sebou a po deseti vzorcích v každé úrovni. Na obrázku 1 je znázorněna stěna lomu s vyznačenými místy odběru vzorků.



Obr. 1: Stěna pískovny na jižním okraji třeboňské pánve. Černými body jsou znázorněna místa odběru vzorků.

Dále bylo provedeno pět měření pórovitosti *in situ* pomocí membránového porozimetru. Tato měření polohou přibližně odpovídají jednotlivým horizontálním řadám. Čísla pórovitosti naměřená v *in situ* byla 0.267, 0.289, 0.308, 0.298 a 0.302. Pórovitost je tedy poměrně konstantní a štěrkopísek je velmi ulehlý. Takto nízké hodnoty čísel pórovitosti jsou způsobené také tím, že zemina má širokou křivku zrnitosti. Dalším důvodem je i přítomnost jemnozrnné frakce pod 0.063 mm, která u některých vzorků dosahovala až 7%.

3. LABORATORNÍ ZKOUŠKY A KALIBRACE KONSTITUČNÍCH MODELŮ

Laboratorní zkoušky byly navrženy tak, abychom získaly dostatek informací pro kalibraci hypoplastického konstitučního modelu pro hrubozrnné zeminy (von Wolffersdorff, 1996). Následující zkoušky byly provedeny na každém ze 40 vzorků:

- 1) Oedometrické zkoušky na velmi kyprých vzorcích s přitěžovacími kroky 100, 200, 400, 800, 1600, 3200 a 6400 kPa.
- 2) Drénované triaxiální zkoušky na dynamicky hutněných vzorcích tak, aby číslo pórovitosti vzorku přibližně odpovídalo podmínkám v terénu. Všechny triaxiální

zkoušky byly provedeny za stejných podmínek se stejným komorovým tlakem 200 kPa.

3) Stanovení kritického úhlu vnitřního tření φ_c z úhlu přirozené sklonitosti.

Hypoplastický model pro hrubozrnné zeminy (von Wolffersdorff, 1996) má osm materiálových parametrů. Kalibrace tohoto modelu vychází z postupu publikovaném Herlem a Gudehusem (1999). Jako první byl kalibrován kritický úhel vnitřního tření φ_c který byl vypočítán přímo z úhlu přirozené sklonitosti. Další dva parametry h_s a n, které ovlivňují tvar oedometrické křivky, byly stanoveny přímo z oedometrických křivek na intervalu napětí od 100 kPa do 1000 kPa. Stejným postupem, jaký byl uveden Herlem a Gudehusem (1999), bylo počáteční číslo pórovitosti e_{max} kyprých oedometrických vzorků bráno v úvahu jako ekvivalentní kritickému číslu pórovitosti při nulovém napětí e_{c0} , které je jedním z parametrů hypoplastického modelu. Obrázek 2 ukazuje porovnání experimentálních oedometrických křivek s teoretickými křivkami vypočtenými ze vztahu

$$e = e_{c0} \exp\left[-\left(\frac{3p}{h_s}\right)^n\right] \tag{1}$$

kde e_{c0} , h_s a n jsou hodnoty získané předchozím postupem. Pro názornost byly vybrány vzorky z jedno sloupce pro každou horizontální řadu.



Obr. 2: Srovnání vypocítaných křivek s použitím parametru hs n ec0 s experimentálními křivkami pro oedometrickou zkoušku.

Čísla pórovitosti e_{d0} a e_{i0} , která jsou dalšími parametry hypoplastického modelu, byla získána z empirických vztahů. Číslo pórovitosti e_{i0} reprezentuje průsečík čáry isotropní stlačitelnosti s přímkou p = 0. Fyzikální význam e_{i0} je popis čáry normální konsolidace při maximálně kyprém uspořádání částic zeminy předtím, než se začnou tvořit tzv. makropóry. Hodnota čísla pórovitosti e_{i0} byla získána vynásobením e_{c0} faktorem 1.2. Hodnota tohoto faktoru je empiricky získána z maximálně kyprého uspořádaní zeminy, která má zrna ideálního tvaru, jako například koule nebo krychle (Herle a Gudehus 1999).

Minimální číslo pórovitosti e_{d0} je stanovené také z e_{c0} vynásobením faktorem 0.379. Hodnota toho faktoru byla stanovena s ohledem na podmínky *in situ* a na číslo pórovitosti triaxiálních vzorků. Pro všechny vzorky byl stanoven poměr e_0 / e_c kde e_0 je číslo pórovitosti triaxiálního vzorku a e_c je číslo pórovitosti získané z rovnice (3). Hodnota 0.379 je minimální hodnota poměru e_0 / e_c ze všech 40 vzorků. Zemina *in situ* je silně ulehlá a čísla pórovitosti jsou velmi blízko e_{d0} je tedy nutné takto zaručit, že hodnota čísla pórovitosti vzorku je vyšší než hodnota e_{d0} . Další dva parametry α a β byly kalibrovány na základě single element simulací drénované triaxiální zkoušky. Oba parametry jsou na sobě nezávislé a každý znich kontroluje jiný aspekt chování zeminy. Parametr α ovlivňuje vrcholovou pevnost a parametr β ovlivňuje smykovou pevnost zeminy. Jejich vzájemné nezávislosti lze dobře využít při kalibraci modelu.

Na obrázcích 3. a 4. je ukázáno srovnání typických experimentálních a simulovaných křivek v zobrazení ε_a versus q (obr. 3) a ε_a versus ε_v (obr. 4) pro drénovanou triaxiální zkoušku. Na obrázcích je znázorněn vždy reprezentativní vzorek pro každou horizontální úroveň.



Obr. 3: *Experimentální křivky q versus* ε_a *pro drénovanou triaxiální zkoušku (a) a simulace hypoplastickým modelem (b)*



Obr. 4: *Experimentální křivky* ε_v *versus* ε_a *pro drénovanou triaxiální zkoušku (a) a simulace hypoplastickým modelem (b).*

4. PRAVDĚPODOBNOSTNÍ ROZDĚLENÍ PARAMETRŮ

Histogramy a proložené pravděpodobnostní rozdělení pro všech 40 vzorků jsou ukázány na obrázku 5. Histogramy pro parametry e_{d0} a e_{i0} na v obrázku nejsou, protože parametry jsou lineárně závislé na parametru e_{c0} , jak bylo uvedeno v předchozím textu. Většina parametrů hypoplastického modelu je reprezentována log-normálním rozdělením, přičemž ale čísla pórovitosti e_{c0} , e_{d0} a e_{i0} a parametr β jsou reprezentovány normálním rozdělením. Vhodnost jednotlivých rozdělení byla stanovena na základě Kolmogorov-Smirnovova testu.



Obr. 5: *Histogramy parametrů hypoplastického modelu se znázorněným pravděpodobnostním rozdělením.*

5. STANOVENÍ KORELAČNÍ DÉLKY

Sedimenty v třeboňské pánvi jsou fluviální a lze tedy očekávat horizontální zvrstvení s rozdílnou granulometrií v různých vrstvách. Z tohoto důvodu lze očekávat, že i mechanické vlastnosti zeminy se budou více lišit ve vertikálním směru, než ve směru horizontálním. Korelační délka θ by tedy měla mýt ve vertikálním směru (θ_v) nižší hodnotu než ve směru horizontálním (θ_h). Korelační koeficient ρ_{xy} mezi dvěma náhodnými proměnnými *X*, *Y* je definován vztahem

$$\rho_{X,Y} = \frac{E\left[(X - \mu_X)(Y - \mu_Y)\right]}{\sigma_X \sigma_Y}$$
(2)

kde symbol *E* znamená očekávanou hodnotu (průměr) a symboly μ , σ reprezentují střední hodnotu a směrodatnou odchylku náhodných veličin. Na Obr. 6 jsou znázorněny hodnoty korelačního koeficientu ρ pro kritický úhel vnitřního tření φ_c v závislosti na poloze vzorku v trénu. Závislost korelačního koeficientu na vzdálenosti v horizontálním směru je ukázána na obrázku 6 (a) a závislost na vzdálenosti ve směru vertikálním je na obrázku 6 (b).

Pro stanovení korelačních délek byla závislost korelačního koeficientu na vzdálenosti popsána Markovovou korelační funkcí

$$\rho = \exp\left[-2\sqrt{\left(\frac{\tau_h}{\theta_h}\right)^2 + \left(\frac{\tau_v}{\theta_v}\right)^2}\right]$$
(3)

kde τ_h je horizontální vzdálenost a τ_v je vertikální vzdálenost mezi mezi dvěma vzorky. Proložením Markovovy funkce experimentálními daty metodou nejmenších čtverců je ukázáno na Obr. 6 (a) a (b). Hodnoty korelačních délek pro úhel vnitřního tření byly stanoveny na θ_h = 242 m a θ_h = 5.1 m.

Kritický úhel vnitřního tření byl měřený ze sypného úhlu a je tedy závislý pouze na zrnitosti zeminy, a ne na stavu, ve kterém se zemina nachází. Ostatní parametry hypoplastického modelu jsou dle teorie také nezávislé na stavu zeminy. U nich se ale nepodařilo korelační



Obr. 6: Korelační koeficient pro kritický úhel φ_c vnitřního tření v horizontálním směru (a) a ve smeru vertikálním (b) společně s Markovovou korelační funkcí.

délku spolehlivě určit. Pro pravděpodobnostní rozdělení se tedy využívá hodnota získaná na základě vyhodnocení korelačních délek pro φ_c .

6. ZÁVĚR

V tomto příspěvku je prezentována část výzkumného projektu, ve které je charakterizováno pravděpodobnostní rozdělení parametrů a prostorová korelace mezi jednotlivými vzorky na odkrytém profilu ve stěně pískovny. Nejprve byly vypracovány laboratorní zkoušky, na základě kterých byl kalibrován hypoplastický konstituční model. Lokalizace vzorků v terénu dovolila stanovit prostorovou korelaci parametrů, založenou na datech pro kritický úhel vnitřního tření. Takto byly získány hodnoty korelačních délek rozdílné v horizontálním a vertikálním směru. Tento fakt odpovídá horizontálnímu zvrstvení zeminy.

Výzkum bude dále pokračovat simulací typových geotechnických úloh metodou random finite element a výsledky budou porovnávány s determinstickým řešením na základě zprůměrovaných parametrů.

PODĚKOVÁNÍ

Autoři děkují Prof. Ivo Herlemu za přínosnou diskuzi o kalibraci hypoplastického modelu. Laboratorní zkoušky prezentované v této práci byly vypracovány Maritnou Engelmaierovou jako část její magisterské práce. Výzkum je umožněn díky finanční podpoře grantu GAUK 31109 a GAČR 205/08/0732.

LITERATURA

- Herle, I. & Gudehus, G. (1999). Determination of parameters of a hypoplastic constitutive model from properties of grain assemblies. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials 4, 461–486.
- Hicks, M. A. & Onisiphorou, C. (2005). Stochastic evaluation of static liquefaction in a predominantly dilative sand fill. Géotechnique 55(2), 123–133.
- Suchomel, R. and Mašín, D. (2007). Analýza stability svahu pomocí random finite element method. In Proc. 35th Conf. Zakládání Staveb, Brno; 103-108.
- Vanmarcke, E. H. (1983). Random fields: anaylisis and synthesis. M.I.T. press, Cambridge, Mass.
- von Wolffersdorff, P. A. (1996). A hypoplastic relation for granular materials with a predefined limit state surface. Mechanics of Cohesive-Frictional Materials 1, 251–271.